

ZÁKLADY DEMPSTER-SHAFEROVY TEORIE A JEJÍ APLIKACE PRO MODELOVÁNÍ BEZPEČNOSTI A SPOLEHLIVOSTI (III.)

BERÁNEK L.

Jihočeská univerzita, Katedra aplikované matematiky a informatiky, České Budějovice, beranek@ef.jcu.cz

V prvním díle tohoto seriálu jsme ukázali základy Dempster-Shaferovy teorie a ve druhém jsme ilustrovali tuto teorii na jednoduchých příkladech. V tomto třetím díle ukážeme jak aplikovat teorii na metody v oblasti bezpečnostního a spolehlivostního modelování. Ukážeme aplikaci Dempster-Shaferovy teorie na metodě analýza stromu událostí.

Analýza stromu událostí

Analýza stromu událostí (Event Tree Analysis) je jednou z metod používaných při kvantitativní analýze rizik. Analýza stromu událostí začíná s „iniciační událostí“ a rozvětňuje se na všechny možné následky této iniciační události. Cílem analýzy stromu událostí je určit pravděpodobnost události, která je výsledkem k ní chronologicky vedoucích předcházejících událostí. Analýzou všech možných výsledků můžeme určit procento výsledků, které vede k očekávanému závěru.

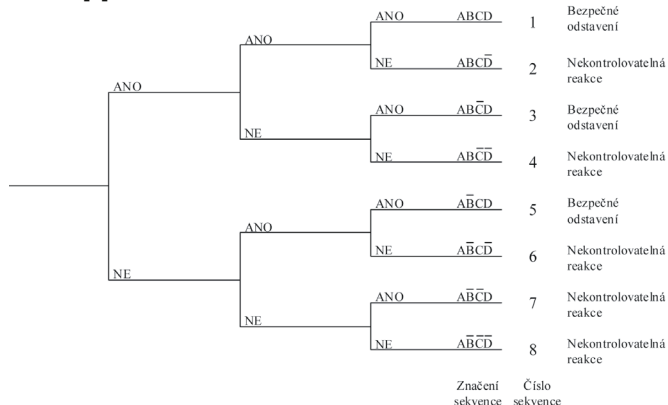
Postup analýzy stromu událostí [6]

1. identifikovat a definovat závažné nahodilé iniciační (výchozí) události (jevy), které mohou vést k nechtěným důsledkům,
2. identifikovat překážky, které mohou způsobit nahodilé události,
3. vytvořit strom událostí,
4. popsat potenciální výsledky nepředvídané události,
5. určit frekvenci nahodilé události a pravděpodobnost větve ve stromu událostí,
6. vypočítat pravděpodobnosti/frekvence v každém kroku ve stromu událostí s cílem určení celkové pravděpodobnosti výskytu řetězce událostí.

Cílem analýzy stromu událostí je identifikace a ohodnocení všech následků, které mohou nastat poté, co se vyskytne iniciační (výchozí) událost. Analýza stromu událostí může například ukázat, zda iniciační událost povede k např. vážnému ohrožení životního prostředí nebo zda bude tato iniciační událost dostatečně zvládnuta bezpečnostními systémy a procedurami implementovanými v návrhu systému. Výsledkem analýzy stromu událostí je ohodnocení rizik spojených s každým řetězcem událostí modelovaných pomocí stromu událostí.

Analýza stromu událostí používá binární logiku. Událost se buď stane nebo nestane, komponenta selže nebo neselže. Na základě této logiky jsou potom vyhodnocovány důsledky vyplývající ze selhání nebo výskytu nežádoucí událost. Strom událostí začíná

Obr. 1 – Příklad stromu událostí. Ztráta chladiva v chemickém reaktoru s exotermickou reakcí s následkem nekontrolovatelné reakce [2]



iniciační událostí, kterou může být porucha součástky, zvýšení teploty nebo tlak nebo únik nebezpečné látky. Výskyt iniciační události může mít za následek nehodu. Následky výskytu iniciační události modelujeme pomocí různých cest (posloupností navazujících událostí). Každé cestě je přiřazena pravděpodobnost výskytu příslušných událostí. Z nich můžeme spočítat pravděpodobnost různých možných důsledků výskytu iniciační události.

Pro znázornění stromu událostí používáme graf zachycující všechny možné události, které mohou následovat, pokud dojde k výskytu iniciační události (kterou může být technické selhání nebo provozní chyba a podobně). Příklad stromu událostí je uveden na obrázku 1.

Aplikace Dempster-Shaferovy teorie při analýze stromu událostí

Jak již bylo uvedeno, v každém kroku určíme pravděpodobnost výskytu každé události. Cílem je určit celkovou pravděpodobnost určitého následku výskytu iniciační události (s následným řetězcem událostí). Jednotlivé pravděpodobnosti jsou zpravidla určeny expertním odhadem. V takovém případě je výhodné použít Dempster-Shaferovy teorie. Rámec domnění Θ týkající se každé události i je tvořen množinou dvou hypotéz $\{h_p, h_n\}$. Zde h_p znamená ANO (daná událost nastane), h_n znamená NE (daná událost nenastane). Odpovídající mocninná množina 2^Θ má čtyři prvky $2^\Theta = \{\emptyset, \{h_p\}, \{h_n\}, \Theta\}$ (prázdnou množinu \emptyset ale nebudeme dále uvažovat), zde $\Theta = \{h_p, h_n\}$ znamená nejistotu experta. Znamená to, že nedovede na základě důkazů (svých zkušeností) posoudit, zda daná událost nastane nebo ne.

Každý expert j provede kvantifikaci svého přesvědčení o výskytu dané události (opět je třeba poznamenat, že při slovní formulaci je obtížné vyhnout se slovu „pravděpodobnost“). Jedná se o subjektivní odhad založený na zkušenosti experta. Tím dostaneme funkci m_{ij} , která každému prvku i množiny 2^Θ přiřazuje reálné číslo z intervalu $[0,1]$.

Dempster-Shaferovy teorie umožňuje kombinovat hypotézy jednotlivých expertů (jejich přesvědčení, domnění) o výskytu příslušných událostí. Použitím základních přiřazení můžeme vypočítat míru domnění, plauzibilitu a míru nejistoty. Například získáme-li základní přiřazení dvěma experty (označíme je expert 1 a expert 2), můžeme příslušné hodnoty týkající se události i vypočítat podle následujících vztahů:

$$m_i(h_1) = \frac{m_{1,i}(h_1) \cdot m_{2,i}(h_1) + m_{1,i}(\Theta) \cdot m_{2,i}(h_1) + m_{1,i}(h_1) \cdot m_{2,i}(\Theta)}{K_i} \quad (1)$$

$$m_i(h_2) = \frac{m_{1,i}(h_2) \cdot m_{2,i}(h_2) + m_{1,i}(\Theta) \cdot m_{2,i}(h_2) + m_{1,i}(h_2) \cdot m_{2,i}(\Theta)}{K_i} \quad (2)$$

$$m_i(\Theta) = \frac{m_{1,i}(\Theta) \cdot m_{2,i}(\Theta)}{K_i} \quad (3)$$

kde pro K_i platí:

$$K_i = 1 - (m_{1,i}(h_1) \cdot m_{2,i}(h_1) + m_{1,i}(h_2) \cdot m_{2,i}(h_2))$$

Tím jsem spočítali kombinované základní přiřazení. Dále spočítáme příslušné domněnkové funkce $Bel(\cdot)$ a plauzibilitu $pl(\cdot)$ pro danou událost podle následujících vztahů:

$$Bel_i(h_1) = m_i(h_1) \tag{4}$$

$$pl_i(h_1) = m_i(h_1) + m_i(\ominus) \tag{5}$$

(nebo můžeme použít vztah $pl_i(h_1) = 1 - Bel_i(h_1)$).

$$Bel_i(h_2) = m_i(h_2) \tag{4}$$

$$pl_i(h_2) = m_i(h_2) + m_i(\ominus)$$

Tyto funkce jsou poměrně jednoduché s ohledem na to, že rámec domněni má jen dva prvky.

Výpočet domněni týkající se následku určité iniciační události musíme spočítat pomocí domněnkových funkcí a plauzibilit jednotlivých událostí posloupnosti událostí, jejímž posledním prvkem je příslušný následek.

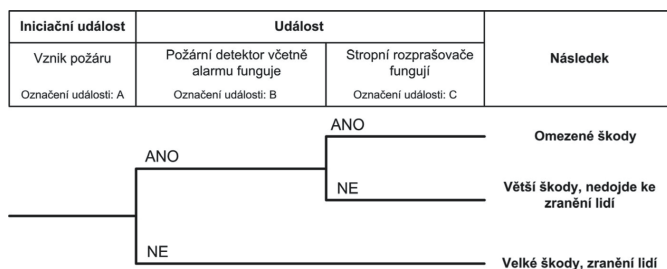
Přitom použijeme postupy používané v intervalové aritmetice. Například pro události i a událost j budou mít příslušné vztahy tvar:

$$\begin{aligned} & [Bel_i(h_1), pl_i(h_1)] \cdot [Bel_j(h_1), pl_j(h_1)] = \\ & = [\min(Bel_i(h_1) \cdot Bel_j(h_1), Bel_i(h_1) \cdot pl_j(h_1), pl_i(h_1) \cdot Bel_j(h_1), \\ & \quad pl_i(h_1) \cdot pl_j(h_1)), \\ & \quad \max(Bel_i(h_1) \cdot Bel_j(h_1), Bel_i(h_1) \cdot pl_j(h_1), \\ & \quad pl_i(h_1) \cdot Bel_j(h_1), pl_i(h_1) \cdot pl_j(h_1))] \end{aligned} \tag{6}$$

Celý postup si budeme stručně ilustrovat na jednoduchém příkladě:

Příklad ukazuje vznik požáru v kancelářské budově a následně události vedoucí k různým následkům, jejichž rozsah je od menší škody až k velkým škodám a zranění lidí. Celý příklad je značně zjednodušen. Strom událostí je ukázán na obrázku 2.

Obr. 2 – Strom událostí: Požár v kancelářské budově (zjednodušen)



Předpokládáme, že pravděpodobnost iniciační události je dána jedinou hodnotou, a to 0,01. Je získána na základě statistických údajů apod. Předpokládejme dále, že dva požární specialisté ohodnotí možnost vzniku jednotlivých událostí. Jejich hodnocení (základní přiřazení) je znázorněno v tabulce:

Tab. 1 – Základní přiřazení provedené expertem 1

Událost	$m(h_1)$	$m(h_2)$	$m(\ominus)$
B	0,6	0,3	0,1
C	0,8	0,1	0,1

Z tabulky je například vidět, že expert 1 hodnotí „pravděpodobnost“ vzniku události B hodnotou 0,6 a „pravděpodobnost“, že k dané události nedojde, je 0,3. Tedy základní přiřazení $m(h_1) = 0,6$, $m(h_2) = 0,3$ a $m(\{h_1, h_2\}) = m(\ominus) = 1 - m(h_1) - m(h_2) = 0,1$.

Tab. 2 – Základní přiřazení provedené expertem 2

Událost	$m(h_1)$	$m(h_2)$	$m(\ominus)$
B	0,5	0,3	0,2
C	0,7	0,1	0,2

V dalším kroku vypočítáme kombinace přiřazení pro jednotlivé události. Požijeme postup uvedený v úvodu této kapitoly:

Nyní spočítáme výsledné domněnkové funkce a plauzibilitu pro jednotlivé události. Použijeme postup uvedený v úvodu této kapitoly.

Tab. 3 – Kombinace základních přiřazení provedená expertem 1 a expertem 2

Událost	$m(h_1)$	$m(h_2)$	$m(\ominus)$
B	0,701493	0,268657	0,029851
C	0,929412	0,047059	0,023539

Tab. 4 – Domněnkové funkce a plauzibilitu pro událost B

	m	Bel	pl
h_1	0,701493	0,701493	0,731343
h_2	0,268657	0,268657	0,0298507

Tab. 5 – Domněnkové funkce a plauzibilitu pro událost C

	m	Bel	pl
h_1	0,929412	0,929412	0,95294118
h_2	0,047059	0,047059	0,07058824

Pro výpočet velikosti míry domněni určitého následku, který je výsledkem sekvenci událostí zahrnujících jak úspěchy, tak i selhání jednotlivých složek systému (velikosti míry domněni týkající se určité větve stromu událostí), použijeme intervalovou aritmetiku. Vypočteme domněnkové funkce a plauzibilitu jednotlivých následků:

Tab. 6 – Výpočet funkce Bel a PI pro sekvenci dvou událostí podle rovnice (6)

Událost	Výskyt	Výskyt
Požární detektor včetně alarmu funguje	ANO	ANO
Stropní rozprašovače fungují	ANO	NE
Výsledná Bel	0,651975	0,033011
Výsledná PI	0,696927	0,051624

Tab. 7 – Výpočet funkcí Bel a PI pro různé následky větví stromu událostí

Událost	Výskyt	Výskyt	Výskyt
Vznik požáru	ANO	ANO	ANO
Požární detektor včetně alarmu funguje	ANO	ANO	NE
Stropní rozprašovače fungují	ANO	NE	–
Hodnota Bel následku	0,00651975	0,00033011	0,00268657
Hodnota PI následku	0,00696927	0,00051624	0,00298507

Spočítané hodnoty můžeme interpretovat jako dolní (Bel) a horní (PI) „pravděpodobnost“ možných následků příslušné iniciační události. Jejich rozdíl vyjadřuje nejistotu. Pokud bychom chtěli místo těchto intervalů jednu hodnotu, která by charakterizovala „pravděpodobnosti“ možných následků, mohli bychom použít přístup popsany v práci [8].

Závěr

V tomto miniseriálu jsme se popsali základy Dempster-Shaferovy teorie a možnosti její aplikace v oblasti bezpečnostního a spolehlivostního inženýrství. Ukázali jsme postup výpočtu na příkladě stromu událostí. Ukázané postupy je možné aplikovat i v dalších metodách bezpečnostního a spolehlivostního inženýrství, jako je analýza stromu poruch [5], analýza selhání a jejich dopadu [6] a další [1–4, 9]. Při těchto rizikových analýzách obecně je nutná znalost experta, který musí odhadnout některé parametry, možnost výskytu událostí apod. S tím je však vždy spojena určitá nejistota, subjektivnost, neúplnost (částečná nezalost) nebo neslučitelnost

Dokončení na další straně

v získané znalosti týkající se pravděpodobnosti událostí. Právě Dempster-Shaferova teorie umožňuje efektivní zvládnutí těchto neurčitostí včetně kombinace znalostí expertů, což bylo v tomto miniseriálu demonstrováno.

Literatura

- [1] Čárský, M. Identifikace a vyhodnocení rizik chemických procesů. *CHEMagazín*. 2008, 16, 6
- [2] FERDOUS, R, et al. Handling data uncertainties in event tree analysis. *Process Safety and Environmental Protection*. 2009, 87, s. 283–292
- [3] FUCHS, Pavel, et al. *Řízení spolehlivosti - VII* [online]. 2009 [cit. 2010-09-21]. Podklady pro předmět: Řízení spolehlivosti. Dostupné z WWW: <http://fs1.vsb.cz/3_Smutny/Predmety/02_Provoz_sys_rizeni/Rizeni_spolehlivosti_10.pdf>
- [4] Guo, M., Yang, J.B., Chin, K.S., Wang, H. Evidential reasoning based preference programming for multiple attribute decision analysis under uncertainty. *European Journal of Operational Research*. 2007, 182, 3, s. 1294–312
- [5] Limbourg, P., Savić, R., Petersen, J., Kochs, K.D. Modelling uncertainty in fault tree analyses using evidence theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*. 2008, 222, 3, s. 291–302
- [6] MURTHA, Justin Fortna. *An Evidence Theoretic Approach to Design of Reliable Low-Cost UAVs* [online]. Blacksburg, VA : Virginia Polytechnic Institute and State University, 2009. 120 s. Diplomová práce. Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Dostupné z WWW: <<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=ADA522686>>
- [7] Smejkal, V. Rais, K. *Řízení rizik ve firmách a jiných organizacích*. Praha: Grada. 2009
- [8] Smets, P., Kennes, R. The transferable belief model. *Artificial Intelligence*. 1994, 66, s. 191–234
- [9] Yang, B., Kim, J.K. Application of Dempster–Shafer theory in fault diagnosis of induction motors using vibrafon and current signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006, 20, s. 403–420

Abstract

BASIC PRINCIPLES OF DEMPSTER-SHAFFER THEORY AND ITS APPLICATION TO SAFETY AND RELIABILITY ANALYSIS

Summary: We will demonstrate in this three-part series the application of Dempster-Shafer theory to problems from the field of safety and reliability engineering. This theory is mainly used in expert systems, but it has application also in other areas, especially for methods involving expert estimation. In the first part, we describe the basics of the Dempster-Shafer theory and present some simple illustrative examples. In the second part, we present examples in which we use combination of information from various resources. It is the simple example from safety and reliability engineering. In the third part, we show an application of the Dempster-Shafer theory to the event tree analysis. The aim of the mini-series is to show that Dempster-Shafer theory copes with uncertainty arising from such lack of available information or ignorance compared to the probability theory and that it can be used with advantage for modeling in safety and reliability engineering.

Keywords: safety and reliability engineering, belief function, Event Tress Analysis, uncertainty modeling