

METODA SIMPLEXŮ – EFEKTIVNÍ NÁSTROJ PRO ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍCH ÚLOH

TAUFER I., DRÁBEK O., JAVŮREK M.

Univerzita Pardubice, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra řízení procesů, ivan.taufer@upce.cz

V příspěvku je popsána optimalizační metoda simplexů, určená pro hledání optima složitých funkčních závislostí s případnými omezujícími podmínkami. Tato funkční závislost může být vyjádřena jak v analytickém tvaru (spojitým nebo diskrétním), tak i v podobě výsledků experimentů na reálném zařízení. Z důvodu srozumitelnějšího popisu a jednoduché geometrické interpretaci výsledků řešení je metoda demonstrována na hledání optima funkce dvou proměnných.

1 Úvod

Řada úloh z oblasti řízení vyžaduje mj. nalezení z určitého hlediska nejlepšího optimálního stavu (režimu nebo řešení). Cílem tohoto příspěvku je seznámit čtenáře v potřebném minimálním rozsahu s numerickou, iterační, negradientní metodou simplexů, efektivním to prostředkem pro hledání optima účelových funkcí. Nejsou proto uváděny žádné výpočetní vztahy (i když nejsou složité) a výklad je omezen pouze na verbální popis algoritmu.

Téma příspěvku je přípravou pro závěr seriálu „Umělé neuronové sítě – teorie a aplikace“ (CHEMAGAZÍN 2005–2009), ve kterém bude pojednáno o využití UNS v prediktivním řízení.

Než však přistoupíme k výkladu vlastní metody simplexů, bude účelné si připomenout řešení analytické [1].

2 Analytické stanovení extrému funkční závislosti

Pod pojmem optimum budeme dále chápat extrém (maximum nebo minimum) funkční závislosti účelové funkce.

Uvažujme spojitou účelovou funkci více proměnných bez omezujících podmínek

$$R = f(u_1, u_2, \dots, u_n), \quad (1)$$

která má spojitě první i druhé derivace podle příslušných proměnných. Nutnou podmínkou existence extrému této funkce jsou nulové hodnoty parciálních derivací

$$\frac{\partial R(\mathbf{u})}{\partial u_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

kde n je počet nezávisle proměnných.

Pro vyšetření typu extrému (minimum, maximum) je nutné analyzovat ještě podmínku postačující. Nejčastěji se používá Silvestrova pravidla, které vychází z druhých parciálních derivací. Podle tohoto pravidla se vytvoří postupně determinanty ve tvaru

$$D_1 = a_{11}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}; \quad \dots; \quad D_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3)$$

$$\text{kde } a_{ij} = a_{ji} = \frac{\partial^2 R(\mathbf{u}_0)}{\partial u_i \partial u_j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

Platí, že:

- jsou-li všechny determinanty kladné, je v bodě \mathbf{u}_0 minimum;
- je-li hodnota prvního determinantu záporná a další hodnoty determinantů střídají znaménko, je v bodě \mathbf{u}_0 maximum;
- ve všech ostatních případech nelze typ extrému určit.

Pozn.: U funkce dvou proměnných jde o tzv. *sedlový bod*.

Příklad

Úkolem je nalézt extrém nelineární funkce dvou proměnných u_1 a u_2

$$R(u_1, u_2) = 6u_1^2 - 4u_1u_2 + 4u_2^2 - 2u_1 + 4u_2 + 7 \quad (4)$$

První derivace

$$\frac{\partial R(u_1, u_2)}{\partial u_1} = 12u_1 - 4u_2 - 2; \quad \frac{\partial R(u_1, u_2)}{\partial u_2} = -4u_1 + 8u_2 + 4 \quad (5a,b)$$

Položíme-li pravé strany výše uvedených rovnic rovny nule, potom jejich řešením obdržíme souřadnice extrému: $u_{10} = 0$ a $u_{20} = -0,5$. Optimální hodnotu účelové funkce vypočteme dosazením souřadnic optimálního bodu do rovnice (4): $R_{\text{opt}} = 6$.

K prověrce vlastností extrému:

$$\frac{\partial^2 R(u_1, u_2)}{\partial u_1^2} = 12; \quad \frac{\partial^2 R(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} = -4 \quad (6a,b)$$

$$\frac{\partial^2 R(u_1, u_2)}{\partial u_2 \partial u_1} = -4; \quad \frac{\partial^2 R(u_1, u_2)}{\partial u_2^2} = 8 \quad (6c,d)$$

Determinanty mají hodnotu:

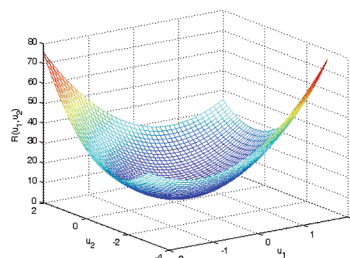
$$D_1 = 12; \quad D_2 = \begin{vmatrix} 12 & -4 \\ -4 & 8 \end{vmatrix} = 12 \cdot 8 - 4 \cdot 4 = 80$$

Obě hodnoty determinantů jsou *kladné*, takže extrémem účelové funkce je *minimum*.

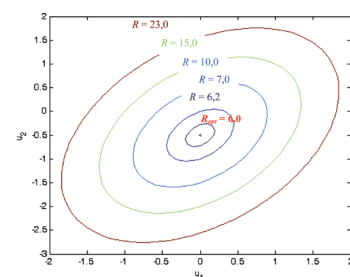
3 Geometrická prezentace účelové funkce

Vítanou pomůckou pro demonstraci vyhledávání extrému účelové funkce jedné či dvou proměnných je její geometrické zobrazení. V případě funkce dvou proměnných se jedná o geometrický útvar zobrazený v trojrozměrném prostoru. Pro účelovou funkci (4) je tímto geometrickým útvarem paraboloid, uvedený na obr. 1.

Obr. 1 – Průběh účelové funkce (4) v prostorovém zobrazení



Obr. 2 – Vrstevnice účelové funkce (4)



K zobrazení průběhu vyhledávání extrému výhodněji používáme průměty hladin paraboloidu, tvořících v soustavě os u_1, u_2 , tzv. mapu vrstevnic s konstantními hodnotami účelové funkce

$$R(u_1, u_2) = \text{konst} \quad (7)$$

Pokračování na další straně

V daném případě jsou tyto vrstevnice ve tvaru elips a jejich průběh je dán řešením rovnice

$$u_2 = f(u_1)_{R = konst} \quad (8)$$

Pro hladiny $R = 6,0; 6,2; 7,0; 10,0; 15,0; 23,0$ je mapa vrstevnic uvedena na obr. 2.

Grafické zobrazení bylo realizováno ve výpočetním systému MATLAB s využitím definovaných standardních funkcí.

Toto zobrazení bude dále použito i pro demonstraci postupu hledání optima metodou simplexů.

4 Metoda simplexů

Metodu simplexů a její algoritmus pro řešení optimalizačních úloh navrhli v roce 1962 Spendley, Hext a Himsforth [2]. Pod pojmem simplex je v dvourozměrné geometrické interpretaci definován rovnostranný trojúhelník. Z uvedeného plyne, že počet vrcholů simplexu je vždy o jednu větší, než je rozměr daného prostoru, tzn. než je počet nezávisle proměnných.

Základní idea hledání optima s použitím simplexu spočívá v postupném rušení vrcholů simplexu, ve kterých je hodnota účelové funkce z pohledu kritéria optimalizace „nejhorší“ a jejich náhradou vrcholem „lepší“, vytvořeným jako zrcadlový obraz vrcholu „nejhoršího“. Simplex se tak „pohybuje“ ze startovací polohy směrem k extrému účelové funkce. Po dosažení oblasti hledaného optima se simplex začne „otáčet“ kolem nejlepšího vrcholu, což může být využito k ukončení procesu optimalizace.

Postup hledání optima je pak následující: v daném simplexu nalezneme vrchol s nejhorší hodnotou účelové funkce (maximální v případě hledání minima, minimální v případě hledání maxima). Provedeme jeho zrcadlové zobrazení vzhledem k těžišti zbývajících vrcholů a určíme v něm pro dané nové hodnoty nezávisle proměnných hodnotu účelové funkce. Pokud je její hodnota lepší než byla hodnota původní, považujeme tento vrchol za vrchol nového simplexu. Původní vrchol vyneseme. Pokud nedojde ke zlepšení hodnoty účelové funkce, je vybrán v pořadí další, nevyhovující vrchol a popsanou proceduru opakujeme. Nepodaří-li se úspěšně zobrazit ani jeden z vrcholů, nacházíme se v oblasti optima. Detailnější prohledání oblasti optima lze pak provést opakovaně se zmenšeným simplexem až do dosažení extrému s přípustnou chybou řešení (jak je uvedeno dále).

Příklad

Postup hledání optima (minima) účelové funkce (4) je s použitím mapy vrstevnic (obr. 2) demonstrován na obr. 3 a v tab. 1:

- v rovině u_1, u_2 vytvoříme dvourozměrný simplex (ve tvaru rovnostranného trojúhelníku) s třemi vrcholy $u^1 = [u_1^1; u_2^1]$, $u^2 = [u_1^2; u_2^2]$, $u^3 = [u_1^3; u_2^3]$;
- v každém vrcholu určíme hodnotu účelové funkce R^1, R^2 a R^3 . Jak je patrné z náčrtu, ve vrcholu 1 je hodnota účelové funkce nejvyšší;
- tento „nejhorší“ vrchol, ve kterém je hodnota účelové funkce největší, zrcadlově zobrazíme vzhledem k těžišti dalších dvou vrcholů 2 a 3;
- v novém vrcholu $u^4 = [u_1^4; u_2^4]$ určíme hodnotu účelové funkce R^4 . Její hodnota je menší než R^1 , zrušíme tedy vrchol $u^1 = [u_1^1; u_2^1]$ a zařadíme do simplexu vrchol $u^4 = [u_1^4; u_2^4]$, který je vrcholem nového simplexu 2, 3, 4;
- v novém simplexu určíme vrchol s největší hodnotou účelové funkce. Je to vrchol $u^2 = [u_1^2; u_2^2]$. Provedeme jeho zrcadlové zobrazení a získáme vrchol $u^5 = [u_1^5; u_2^5]$. V tomto vrcholu určíme hodnotu účelové funkce R^5 . Postupujeme analogicky jako v bodě d) a získáme simplex s vrcholy 3, 4, 5;
- takto postupujeme v daném případě úspěšně dále záměnou vrcholů $4 \rightarrow 6, 3 \rightarrow 7, 5 \rightarrow 8, 6 \rightarrow 9$;
- zobrazení vrcholu $u^8 = [u_1^8; u_2^8]$, který je v simplexu 7 – 8 – 9 nejhorší, do vrcholu $u^{10} = [u_1^{10}; u_2^{10}]$, evidentně nevede ke zlepšení.

Nový simplex s vrcholem $u^{10} = [u_1^{10}; u_2^{10}]$ proto nevytvoříme;

h) zobrazíme další „nejhorší“ vrchol, $u^7 = [u_1^7; u_2^7]$ na $u^{11} = [u_1^{11}; u_2^{11}]$. Ani v tomto případě však nedochází ke zlepšení. Nacházíme se v oblasti optima, ve kterém je nejlepší vrchol 7;

i) vytvoříme proto nový, „menší“ simplex s vrcholy 7 – 12 – 13 (pro potřebu názornější prezentace jenom v poměru 2/1);

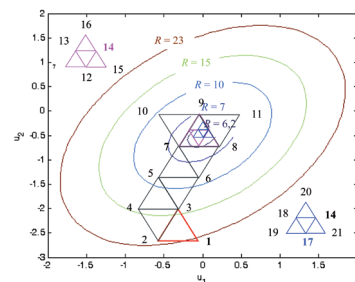
j) postupně zobrazíme vrcholy $7 \rightarrow 14, 13 \rightarrow 15, 12 \rightarrow 16$. K cíli vede pouze zobrazení $7 \rightarrow 14$; získáme tak nový simplex 12 – 13 – 14, ve kterém je nejlepším vrcholem vrchol 14;

k) pokud nebylo dosaženo splnění podmínek kritéria ukončení hledání optima, provedeme další „zmenšení“ simplexu a celý postup hledání optima opakujeme.

Tab. 1 – Pohyb simplexu

Výchozí simplex 1 – 2 – 3	
zobrazení	hodnocení
1 → 4	lepší
2 → 5	lepší
4 → 6	lepší
3 → 7	lepší
5 → 8	lepší
6 → 9	lepší
8 → 10	horší
7 → 11	horší
Nový zmenšený simplex 7 – 12 – 13	
zobrazení	hodnocení
7 → 14	lepší
13 → 15	horší
12 → 16	horší
Nový zmenšený simplex 14 – 17 – 1	
zobrazení	hodnocení
14 → 19	horší
17 → 20	horší
18 → 21	horší

Obr. 3 – Pohyb simplexu k optimu

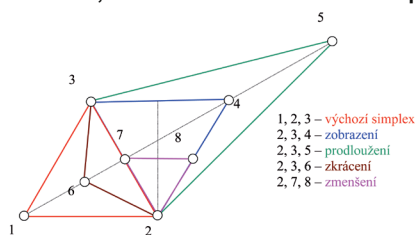


5 Modifikace metody simplexů podle Nelder a Meada a Boxe

V roce 1965 Nelder a Mead [3] navrhli modifikaci výše popsané metody, spočívající v adaptaci rozměru simplexu podle úspěšnosti či neúspěšnosti zobrazení nového vrcholu. Navrhli, aby v případě, kdy došlo k úspěšnému zobrazení, bylo pokračováno v tomto směru vyhledávání extrému a aby simplex v daném směru byl „protažen“. V případě neúspěšného pokusu by se měl simplex „zkrátit“, viz obr. 4. Do nového simplexu doporučili potom zařadit ze dvou vrcholů vždy ten lepší. Touto úpravou simplexu, v literatuře nazývanou „pružný polyedr“, se simplex svým tvarem přizpůsobuje tvaru povrchu účelové funkce, tzn., že ve směru k optimu se simplex „prodlužuje“, naopak kolmo na směr k optimu se „zkracuje“. Na tuto modifikaci vzápětí v témže roce navázal Box [4], který vzhledem k postupné „deformaci“ pravidelného výchozího simplexu

navrhl již v samém počátku nevycházet z pravidelného uspořádání vrcholů (např. rovnostranného trojúhelníku), ale vrcholy volit náhodně (např. ve tvaru obecného trojúhelníku). Tento útvar nazval komplexem.

Obr. 4 – Prodlužování, zkracování a zmenšování simplexu



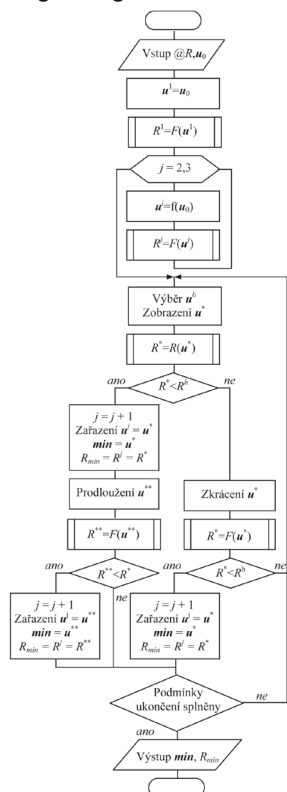
Je třeba se ještě alespoň ve stručnosti zmínit o podmínkách ukončení vyhledávání optima. Tyto mohou vycházet ze tří základních požadavků: z minimální „velikosti“ („rozměru“) simplexu, z minimálního rozptylu hodnot účelové funkce ve vrcholech simplexu nebo z maximálního počtu iteračních kroků. Jejich podrobnější specifikaci a použití najde čtenář v libovolné literatuře, která je věnována optimalizaci a metodě simplexů, např. v [5], [6], [7], [8], [9] a v řadě dalších publikací.

Mnohé z dnešních matematických programových produktů, např. Mathematica, Statistica, Matlab mají programy pro hledání optima již ve svých knihovnách. Příkladem je např. systémová funkce *fminsearch* ve výpočetním systému Matlab.

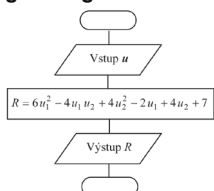
6 Řešení s použitím knihovní funkce *fminsearch* programového produktu Matlab

Knihovní funkce *fminsearch* hledá optimum (minimum) definované funkce metodou simplexů Neldera a Meada.

Obr. 5a – Vývojový diagram algoritmu Neldera a Meada *fminsearch*



Obr. 5b – Vývojový diagram algoritmu účelové funkce F



Použití funkce *fminsearch* vyžaduje pro výpočet hodnot účelové funkce definovat uživatelskou funkci *F*. Zjednodušené vývojové diagramy algoritmů knihovní funkce *fminsearch* a uživatelské účelové funkce *F* jsou ve tvaru funkcí pro dvě nezávisle proměnné uvedeny na obr. 5a,b. Vstupem do knihovní funkce *fminsearch* je jméno uživatelské funkce a startovací vektor prvního vrcholu simplexu u_0 , výstupem je vektor *min*, jehož prvky zajišťují minimální hodnotu uživatelské funkce, a hodnota této funkce R_{\min} . Vstupem do uživatelské funkce *F* je vektor nezávisle proměnných (prvků vektoru příslušného vrcholu) *u*, výstupem je hodnota účelové funkce *R*.

1. Po vyvolání funkce *fminsearch* v hlavním programu a po vstupu startovacího vektoru vrcholu simplexu u_0 a jména účelové funkce *@F* (symbol *@* není součástí jména, ale označuje, že následný text je jméno funkce) jsou prvky startovacího vektoru přiřazeny prvnímu vrcholu simplexu u^1 (pořadová čísla vrcholů, případně prvků vektorů budeme dále označovat horním indexem). Následuje volání funkce *F* a ve vrcholu 1 je vypočítána hodnota účelové funkce R^1 pro hodnoty nezávisle proměnných $u^1 = [u_1^1; u_2^1]$. Dále jsou v cyklu $j = 2, 3$ vypočítány souřadnice dvou dalších vrcholů $u^2 = [u_1^2; u_2^2]$ a $u^3 = [u_1^3; u_2^3]$. Pro tyto hodnoty jsou pak voláním funkce *F* vypočítány hodnoty účelové funkce R^2 a R^3 .

2. Pokračuje výběr vrcholu *h*, ve kterém je nejhorší (největší) hodnota účelové funkce R^h . Souřadnice tohoto vrcholu u^h se zrcadlově zobrazí do nového pracovního vrcholu u^* . Je volána funkce *F* a pro pracovní souřadnice u_1^*, u_2^* vypočítána hodnota účelové funkce R^* .

3. Následuje porovnání hodnot účelové funkce nejhoršího vrcholu R^h a nového pracovního vrcholu R^* . Pokud je splněna podmínka, že nový pracovní vrchol je lepší (hodnota účelové funkce v něm je menší) než nejhorší vrchol, tj. platí $R^* < R^h$, pokračuje se bodem 4), pokud podmínka splněna není, pokračuje se bodem 7).

4. Nový vrchol R^* je zařazen do simplexu jako vrchol s pořadovým číslem $j = j + 1$, tj. $u^j = u^*$ a hodnota účelové funkce do proměnné $R^j = R^*$. (Pozn. Průběžné ukládání hodnot prvků vektoru u^j a hodnoty R^j do paměti umožní v případě potřeby využít tyto hodnoty pro prezentaci tabulek a grafů průběhu optimalizace). Vrchol *h* je tím zrušen. Souřadnice nového vrcholu jsou zároveň uloženy do vektoru *min* = u^* a odpovídající hodnota účelové funkce do proměnné $R_{\min} = R^*$. Vzhledem k úspěšnému pokusu je simplex v tomto směru prodloužen, jsou vypočítány nové hodnoty prvků vektoru u^{**}, u_1^{**} a u_2^{**} . Je znovu volána funkce *F* a pro dané hodnoty nezávisle proměnných vypočítána nová hodnota účelové funkce R^{**} .

5. Nová hodnota účelové funkce se porovná s hodnotou předcházející. Bylo-li dosaženo zlepšení hodnoty účelové funkce, tj. splněna podmínka $R^{**} < R^*$, pokračuje se bodem 6), jinak bodem 10).

6. Nový vrchol R^{**} je zařazen do simplexu jako vrchol s pořadovým číslem $j = j + 1$, tj. $u^j = u^{**}$ a hodnota účelové funkce do proměnné $R^j = R^{**}$. Vrchol *j* je tím zrušen. Souřadnice nového vrcholu jsou zároveň uloženy do vektoru *min* = u^{**} a odpovídající hodnota účelové funkce do proměnné $R_{\min} = R^{**}$. Pokračuje se bodem 10).

7. Pokud je pokus neúspěšný, simplex se zkrátí. Vypočítají se nové hodnoty prvků vektoru u^*, u_1^*, u_2^* a volá se uživatelská funkce *F*; pro dané hodnoty nezávisle proměnných je vypočítána nová hodnota účelové funkce R^* .

8. Nová hodnota účelové funkce se porovná s hodnotou vrcholu nejhoršího. Bylo-li dosaženo zlepšení hodnoty účelové funkce, tj. splněna podmínka $R^* < R^h$, pokračuje se bodem 9), jinak se vracíme k bodu 2).

9. Nový vrchol R^* je zařazen do simplexu jako vrchol s pořadovým číslem $j = j + 1$, tj. $u^j = u^*$ a hodnota účelové funkce do proměnné $R^j = R^*$. Vrchol *h* je tím zrušen. Souřadnice nového vrcholu jsou zároveň uloženy do vektoru *min* = u^* a odpovídající hodnota účelové funkce do proměnné $R_{\min} = R^*$.

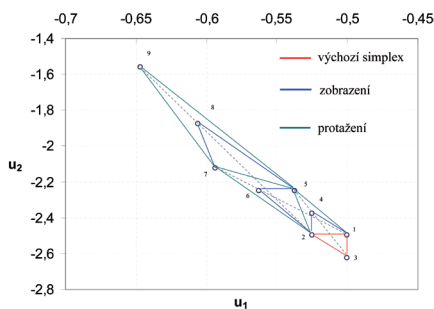
10. Jsou testovány podmínky pro ukončení hledání optima. Pokud je některá z podmínek splněna, je hledání ukončeno výstupem vektoru proměnných *min*, které zajišťují minimální hodnotu účelové funkce, a hodnota této funkce R_{\min} . Jinak se vracíme k bodu 2).

Dokončení na další straně

První kroky hledání extrému dané funkce po startu programu jsou graficky zobrazeny na obr. 6.

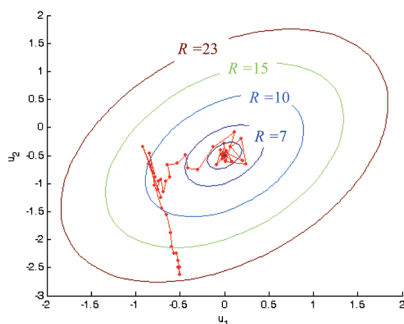
Výchozí startovací vektor nezávisle proměnných je umístěn do stejné oblasti jako v předcházejícím příkladu, tj. $\mathbf{u}^0 = [-0,5; -2,5]$. Tvoří první vrchol simplexu $\mathbf{u}^1 = [u_1^1; u_2^1] = [-0,5; -2,5]$. Program následně dopočítá souřadnice dalších dvou vrcholů pravouhého trojúhelníku podle pravidla $\mathbf{u}^2 = [u_1^2; u_2^2] = [1,05u_1^1; u_2^1] = [-0,525; -2,5]$, $\mathbf{u}^3 = [u_1^3; u_2^3] = [u_1^1; 1,05u_2^1] = [-0,5; -2,65]$. Hodnoty účelové funkce ve vrcholech tohoto výchozího simplexu jsou následující: $R^1 = 19,50$; $R^2 = 19,45$ a $R^3 = 21,31$. Nejhorší je vrchol $h = 3$. Prove se jeho zrcadlové zobrazení $\mathbf{u}^4 = [-0,525; -2,375]$, ve kterém je hodnota účelové funkce $R^4 = 17,78$. Hodnota je lepší, dochází proto k prodloužení simplexu, $\mathbf{u}^5 = [0,5375; -2,25]$. Hodnota účelové funkce je v tomto vrcholu $R^5 = 16,22$. Vzhledem k tomu, že je lepší než R^4 , je vrchol 3 ze simplexu vypuštěn a nahrazen vrcholem 5. Získáme nový simplex 1–2–5. Další postup je již zřejmý z obrázku.

Obr. 6 – Start simplexu

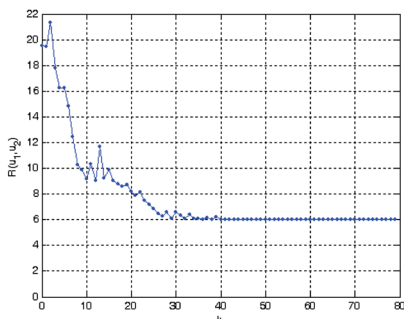


Průběh „pohybu“ simplexu vyjádřený graficky body každého nového vrcholu je uveden na obr. 7. Na obr. 8 je pak zobrazen průběh odpovídajících hodnot účelové funkce.

Obr. 7 – Pohyb simplexu k optimu



Obr. 8 – Průběh hodnot účelové funkce



Hledání optima je ukončeno po 41. úspěšném iteračním kroku, kdy rozměr simplexu klesl pod definovanou chybu řešení.

Výsledné řešení je

$$u_{1\text{opt}} = 0,000026426; u_{2\text{opt}} = -0,500029067 \text{ a } R_{\text{opt}} = 6,000000010642$$

Z uvedeného je patrné, že zjištěné optimální hodnoty nezávisle proměnných se od teoretických hodnot ($u_{1\text{opt}} = 0,0$; $u_{2\text{opt}} = -0,5$) liší až na 5. desetinném místě, optimální hodnota účelové funkce ($R_{\text{opt}} = 6,0$) až na 8. desetinném místě.

Problematika je řešena v rámci výzkumného záměru MŠM 0021627505 „Řízení, optimalizace a diagnostika složitých systémů“ a programu vědeckovýzkumné spolupráce ČR a SR KONTAKT MŠMT č. MEB 0810003 „Identifikace a řízení složitých nelineárních soustav s využitím metod umělé inteligence“.

Literatura

- [1] REKTORYS, K. a kol. *Přehled užité matematiky*. Svazek 1. Praha : SNTL, 1988
- [2] SPENDLEY, W.; HEXT, G.R.; HIMSWORTH, F.R. Sequential Application of Simplex Design in Optimization and Evolutionary Operation. *Technometrie*, vol 4, № 4, 1962, p. 441–461
- [3] NELDER, J. A.; MEAD, R. A. Simplex Method for Function Minimization. *Computer Journal*, vol 7, 1965, p. 308–313
- [4] BOX, M.J. A new Method of Constrained Optimization and Comparison with other Methods. *Computer Journal*, vol 8, 1965, p. 42–52
- [5] KRUG, G.K.; TAUFER, I. Simplexní metoda plánování experimentů. *Technika v chemii*, 1974, č. 57, s. 1–8
- [6] TAUFER, I.; TAUFEROVÁ, J. Plánování experimentů při stanovení pracovního režimu atomového absorpčního spektrofotometru metodou simplexů. *Chemický průmysl*, 31/51, 1981, č. 1, s. 12–20
- [7] BRUNOVSKÁ, A. *Malá optimalizácia*. Bratislava : ALFA, 1990, 244 s. ISBN 80-05-00770-1
- [8] HUDZOVIČ, P. *Optimalizácia*. Bratislava : Vydavateľstvo STU Bratislava, 2001, 319 s. ISBN 80-227-1598-0.
- [9] DRÁBEK, O.; TAUFER, I. *Automatizované systémy řízení technologických procesů*. Pardubice: VŠCHT Pardubice, 1985. 90 s.

Abstract

SIMPLEX SEARCH METHOD – EFFECTIVE TOOL FOR OPTIMIZATION

Summary: Simplex search method is described in the paper as a technique for optimization of complex functions with subject to constraints. Such a function can be given in analytical form (continuous or discrete) but also as experimental data. By reasons of illegible presentation and simple geometric interpretation the solution is demonstrated on two-dimensional optimum finding problem.

Key words: simplex method, amoeba simplex